

# UŁAMKI ZWYKŁE

$$\frac{12}{21}$$

PODSUMOWANIE WIADOMOŚCI

$$\frac{7}{8}$$

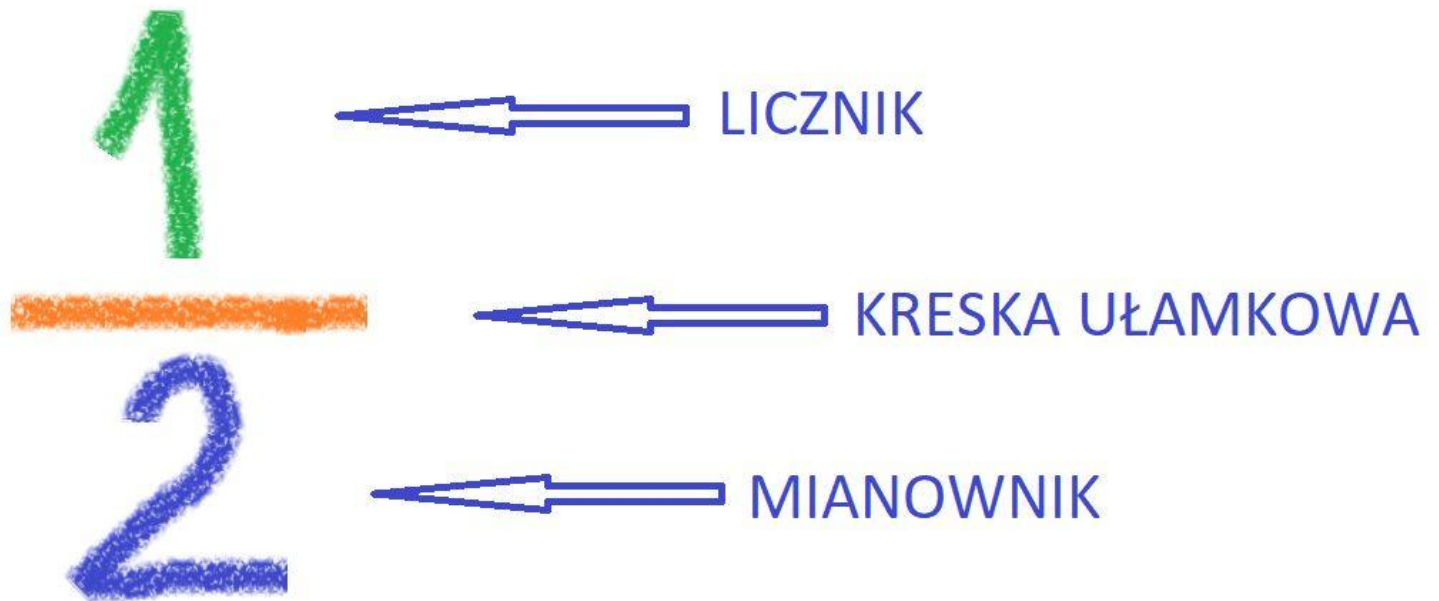
$$\frac{5}{3}$$

$$\frac{9}{16}$$

$$\frac{1}{2}$$

# Spis treści

1. Budowa ułamka
2. Ułamki właściwe i ułamki niewłaściwe
3. Liczby mieszane
4. Ułamki i liczby mieszane na osi liczbowej
5. Rozszerzanie ułamków
6. Skracanie ułamków
7. Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika
8. Porównywanie ułamków

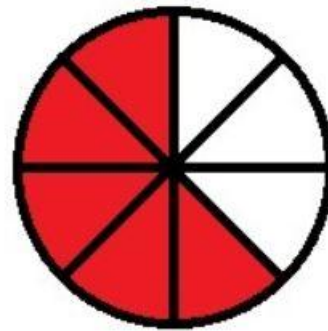


Licznik jest nad mianownikiem – tak samo jak w kolejności alfabetycznej litera „L” jest przed literą „M” 😊

**Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia**

$$\frac{1}{2} = 1 : 2$$

- Mianownik informuje nas na ile równych części podzielona została całość.
- Licznik informuje ile z tych części nas interesuje (np. ile części zostało zamalowanych).

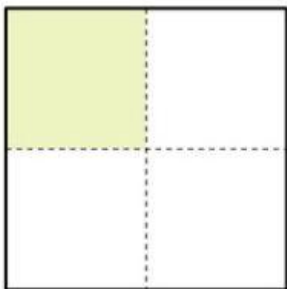


$\frac{5}{8}$

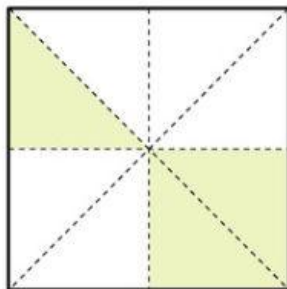
# Zadanie I

Jaka część każdej z figur jest zamalowana?

a)



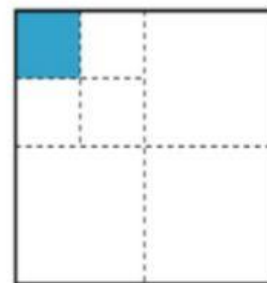
b)



c)



d)



## Zadanie 2

- Podaj przykład ułamka, w którym licznik jest o 3 mniejszy od mianownika.
- Podaj przykład ułamka o mianowniku dwa razy większym niż licznik.
- Podaj przykład ułamka, w którym licznik jest większy niż mianownik.

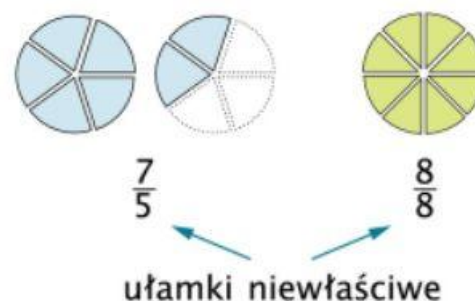
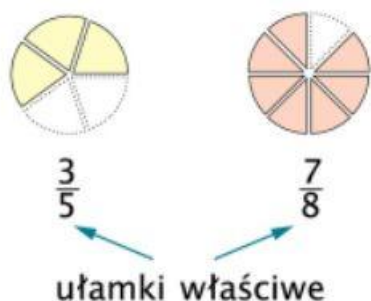
# Ułamki właściwe i ułamki niewłaściwe

- Ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika to **ułamek właściwy**.

Ułamki właściwe są liczbami mniejszymi od 1.

- Ułamek, w którym licznik jest większy od mianownika lub równy mianownikowi to **ułamek niewłaściwy**.

Ułamki niewłaściwe są liczbami większymi lub równymi 1.



# Liczby mieszane

Z ułamków niewłaściwych możemy wyłączać całości, zamieniając je na liczby mieszane.

Ułamek niewłaściwy

Liczba mieszana

$$\frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

← część ułamkowa

↑  
część całkowita

Sprawdzamy ile razy liczba 5 mieści się w liczbie 12, wykonując dzielenie z resztą:  $12 : 5 = 2$  reszty 2.



# Zadanie 3

Zamień na liczby mieszane.

1.  $\frac{13}{2}$

2.  $\frac{21}{4}$

3.  $\frac{23}{6}$

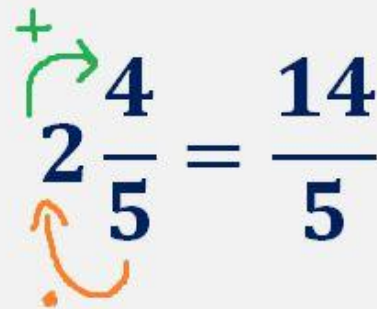
4.  $\frac{44}{5}$

5.  $\frac{93}{10}$

6.  $\frac{78}{7}$

## Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy

Liczby mieszane możemy zamieniać na ułamki niewłaściwe – to przydaje się w różnych obliczeniach matematycznych.


$$2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

**bo**

$$2 \cdot 5 + 4 = 14$$

# Zadanie 4

Zapisz w postaci ułamka niewłaściwego.

1.  $3\frac{1}{2}$

2.  $5\frac{3}{4}$

3.  $4\frac{2}{7}$

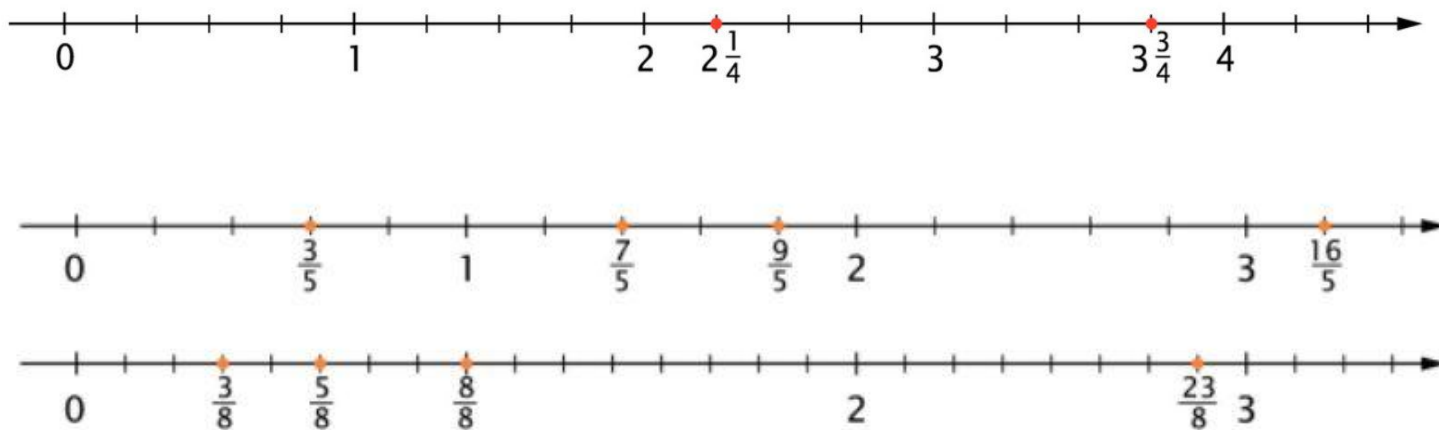
4.  $9\frac{1}{5}$

5.  $10\frac{2}{3}$

6.  $11\frac{5}{6}$

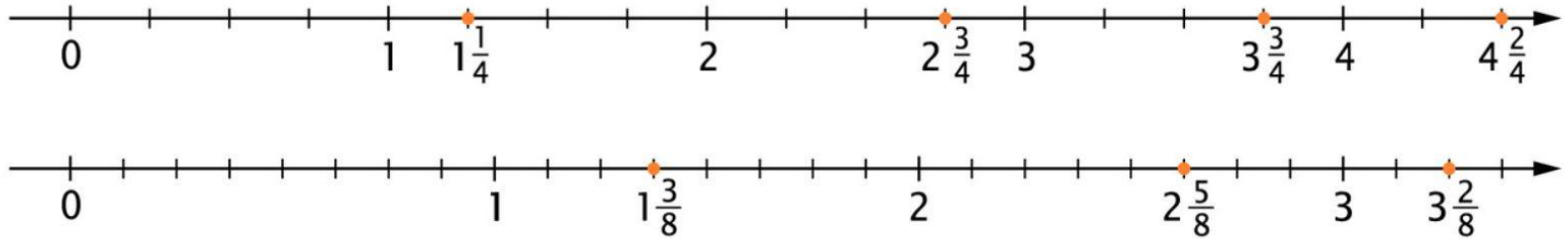
# Ułamki i liczby mieszane na osi liczbowej

Ułamki i liczby mieszane można zaznaczać na osi liczbowej.



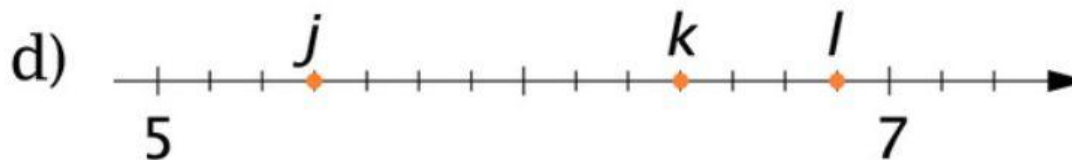
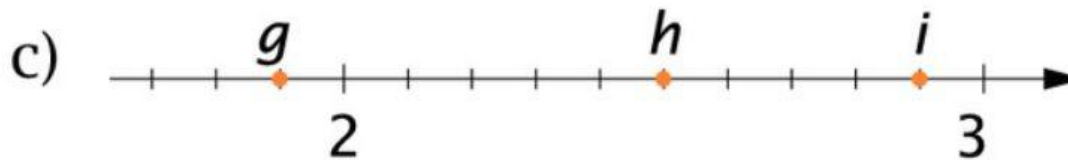
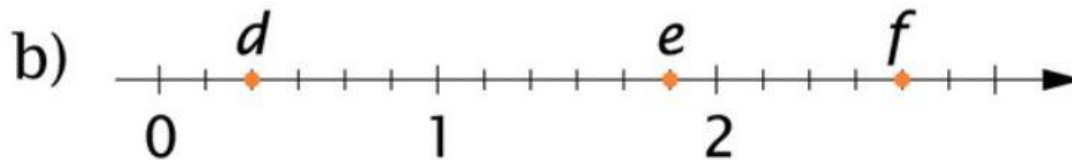
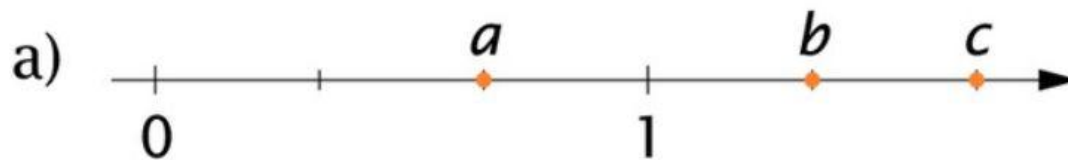
# Zadanie 5

Jakimi ułstkami niewłaściwymi można zastąpić liczby mieszane zaznaczone na poniższych osiach?



# Zadanie 6

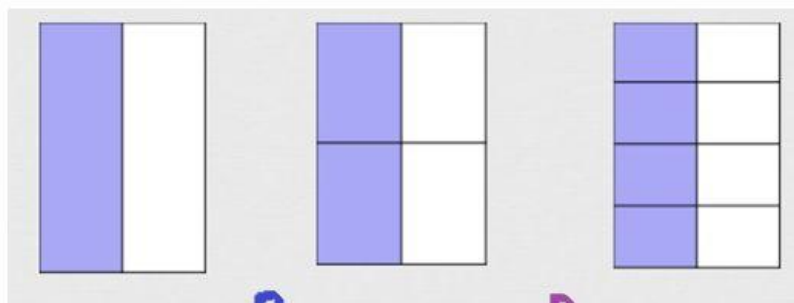
Odczytaj jakie liczby zaznaczono na osiach liczbowych.



# Rozszerzanie ułamków

Rozszerzanie ułamka polega na mnożeniu licznika i mianownika ułamka przez tę samą liczbę różną od zera.

Jeśli pomnożymy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę, to nie zmieni się jego wartość.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

The diagram shows the expansion of the fraction  $\frac{1}{2}$  to  $\frac{2}{4}$  and then to  $\frac{4}{8}$ . The first step is shown with a blue arrow labeled  $\cdot 2$  above and below the fraction. The second step is shown with a purple arrow labeled  $\cdot 2$  above and below the fraction.

# Zadanie 6

Uzupełnij.

$$1. \frac{1}{3} = \frac{\dots}{24}$$

$$2. \frac{3}{5} = \frac{15}{\dots}$$

$$3. \frac{2}{7} = \frac{\dots}{21}$$

$$4. \frac{5}{9} = \frac{20}{\dots}$$

$$5. \frac{1}{8} = \frac{\dots}{48}$$

$$6. \frac{7}{10} = \frac{70}{\dots}$$

$$7. \frac{2}{11} = \frac{\dots}{33}$$

$$8. \frac{1}{2} = \frac{\dots}{60}$$

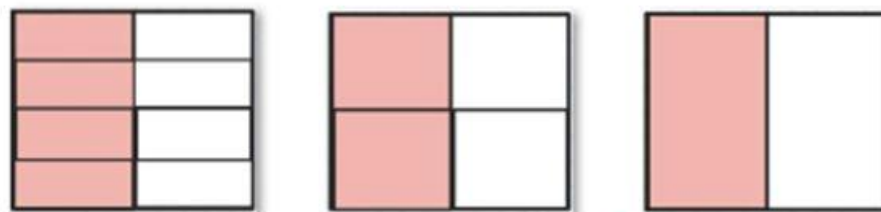
$$9. \frac{2}{15} = \frac{20}{\dots}$$

$$10. \frac{7}{8} = \frac{77}{\dots}$$



# Skracanie ułamków

Skracanie ułamków polega na dzieleniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę różną od 0 (jest to działanie odwrotne do rozszerzania). W wyniku skracania doprowadzamy ułamek do prostszej postaci, a jego wartość się nie zmienia.



$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{ułamek nieskracalny}$$

The diagram shows the simplification of the fraction  $\frac{4}{8}$  to its simplest form  $\frac{1}{2}$ . The first fraction  $\frac{4}{8}$  is simplified to  $\frac{2}{4}$  by dividing both numerator and denominator by 2. The second fraction  $\frac{2}{4}$  is then simplified to  $\frac{1}{2}$  by dividing both numerator and denominator by 2. A purple arrow points to the final fraction  $\frac{1}{2}$  with the text "ułamek nieskracalny" (irreducible fraction).

Każdy ułamek można rozszerzyć, ale nie każdy można skrócić. Nie można na przykład skrócić ułamków:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{11}{13}$ ,  $\frac{8}{15}$  itp. Takie ułamki nazywamy **nieskracalnymi**.

# Zadanie 7

Podane ułamki zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

$$1. \frac{24}{36} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$2. \frac{15}{45} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$3. \frac{16}{32} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$4. \frac{24}{72} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$5. \frac{60}{90} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$6. \frac{21}{63} = \frac{\dots}{\dots}$$

# Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika

Dwa ułamki o różnych mianownikach możemy tak rozszerzyć, aby miały jednakowy mianownik. Mówimy wówczas, że sprowadzamy je do wspólnego mianownika.

$$\frac{1}{4} = \frac{6}{24} \quad \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

wspólny mianownik



$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

wspólny mianownik



Wspólnym mianownikiem dwóch ułamków zawsze może być iloczyn ich mianowników. Często jednak można znaleźć wspólny mianownik mniejszy niż ten iloczyn.

# Zadanie 8

Sprowadź ułamki do wspólnego mianownika.

a)  $\frac{4}{6}$  oraz  $\frac{3}{5}$

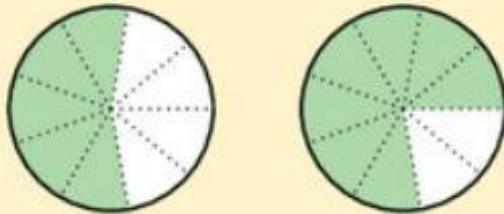
b)  $\frac{1}{2}$  oraz  $\frac{4}{7}$

c)  $\frac{2}{8}$  oraz  $\frac{7}{12}$

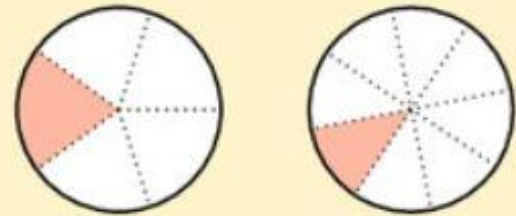
d)  $\frac{8}{9}$  oraz  $\frac{2}{3}$

# Porównywanie ułamków.

- Jeżeli dwa ułamki mają jednakowe mianowniki, to większy jest ten, który ma większy licznik.
- Jeżeli dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to większy jest ten, który ma mniejszy mianownik.



$$\frac{5}{9} < \frac{7}{9}$$



$$\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$$

# Porównywanie liczb mieszanych

Aby określić, która z dwóch liczb mieszanych jest większa, najpierw porównujemy ich części całkowite. Jeżeli części całkowite są równe, to porównujemy części ułamkowe.

$$3\frac{1}{5} > 2\frac{4}{5}$$

$$3\frac{1}{5} < 3\frac{2}{5}$$

$$3\frac{1}{5} < 3\frac{1}{4}$$

Może się okazać, że ułamki które chcemy porównać nie zawsze będą miały wspólny licznik lub mianownik. Wtedy będziemy musieli sprowadzić je do wspólnego mianownika.

$$\frac{3}{4} > \frac{4}{6}$$

bo

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$$

# Ciekawostka I

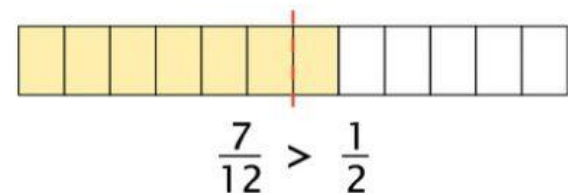
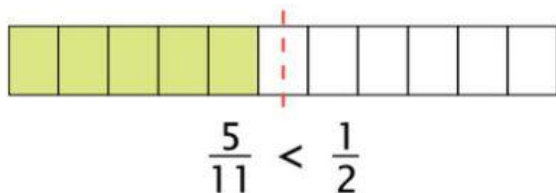
Czasem, aby porównać ułamki o różnych licznikach i mianownikach wystarczy zauważyć, że jeden z nich jest mniejszy, a drugi większy od połowy.

$$\frac{5}{11} < \frac{7}{12}$$

bo

$$\frac{5}{11} \text{ to mniej niż } \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{12} \text{ to więcej niż } \frac{1}{2}$$





# Ciekawostka II

Dość łatwo porównuje się dwa ułamki, gdy w każdym z nich licznik jest o 1 mniejszy od mianownika. Wystarczy ustalić, który z tych ułamków leży bliżej 1 na osi liczbowej. Na przykład:  $\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$ , bo od liczby  $\frac{6}{7}$  do 1 brakuje  $\frac{1}{7}$ , a od liczby  $\frac{7}{8}$  do 1 brakuje tylko  $\frac{1}{8}$ .



W podobny sposób możemy postępować, gdy w porównywanych ułamkach mianownik różni się od licznika o 2 lub 3, lub 4 itd.

# Zadanie 9

Porównaj liczby.

a)  $\frac{4}{15}$  i  $\frac{3}{15}$

c)  $3\frac{3}{8}$  i  $3\frac{2}{6}$

e)  $\frac{8}{13}$  i  $\frac{9}{20}$

g)  $\frac{6}{5}$  i  $\frac{25}{27}$

b)  $\frac{7}{12}$  i  $\frac{7}{10}$

d)  $\frac{4}{7}$  i  $\frac{2}{3}$

f)  $\frac{3}{7}$  i  $\frac{2}{5}$

h)  $4\frac{5}{14}$  i  $4\frac{10}{28}$

## Źródła:

- <https://multipodreczniki.apps.gwo.pl/>
- <https://zpe.gov.pl/>
- <https://www.bing.com/images/search?q=u%C5%82amki+zwyk%C5%82e+obrazy&qpvt=u%C5%82amki+zwyk%C5%82e+obrazy&form=IGRE&first=1&ts=ImageHoverTitle>

